

AISSA ZERROUKI



سلسلة الاحتمالات والمتتاليات العددية

الشعب:

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



AISSA ZERROUKI

2020 2019







التمرين 01 :

صندوق به 15 كرية 6 سوداء و 5 حمراء و 4 صفراء ، نسحب عشوائيا 3 كريات في ان واحد .

1. ما هو عدد السحبات الممكنة .
2. ما هو احتمال الحصول على كريتين سوداء و كرية صفراء.
3. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون .
4. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات مختلفة اللون .
5. ماهو احتمال الحصول على كرية سوداء واحدة على الأقل .
6. ما هو احتمال الحصول على كريتين صفراء على الأكثر .
7. ما هو احتمال الحصول على 3 كريات حمراء .
8. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات منهم واحدة سوداء فقط .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء

أ) حدد القيم التي يأخذها X .

ب) حدد قانون الاحتمال .

ج) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

التمرين 02 :

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية متناقصة حدها الأول u_0 وأساسها r .

أ) عين u_2 و r علما أن : $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2\times u_2^2\times u_3^2=210 \end{cases}$

ب) استنتج u_n بدلالة n ثم احسب المجموع : $S_n=u_0+u_1+u_2+........+u_n$

2. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $v_n=e^{14-3n}$

أ) بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها .

ب) احسب المجموع : $T_n=v_0+v_1+........+v_n$ و الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times........\times v_n$.

ج) احسب $\lim_{n\to+\infty} T_n$ و $\lim_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين 03 :

كيس به 9 كرات 3 سوداء و 4 حمراء و 2 خضراء ، نسحب من الكيس عشوائيا 3 كرات على التوالي وبدون ارجاع الكرة المسحوبة .

1. ما هو عدد السحبات الممكنة .
2. ما هو احتمال الحصول على 3 كرات حمراء.
3. ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة خضراء .
4. ماهو احتمال الحصول على 3 كريات مختلفة اللون .
5. ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء

أ) حدد القيم التي يأخذها X .
ب) حدد قانون الاحتمال .
ج) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

التمرين 04 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+2$ و $u_0=5$

1- أ) أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ والمنحنى (d) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{2}{3}x+2$

ب) باستعمال الرسم السابق مثل على حامل محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\leq 6$

ب) تحقق أن (u_n) متزايدة .

ج) هل (u_n) متقاربة ؟ برر إجابتك .

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-6$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين 05 :

كيس به 8 كريات 2 بيضاء و 3 حمراء و 3 سوداء ، نسحب من الكيس عشوائيا 3 كرات على التوالي و بارجاع الكرة المسحوبة الى الكيس.

1. ما هو عدد السحبات الممكنة .
2. ما هو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.
3. ماهو احتمال الحصول على كرية بيضاء كريتين سوداء .
4. ماهو احتمال الحصول على كرية سوداء واحدة على الأقل .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات البيضاء .

أ) حدد القيم التي يأخذها X .
ب) حدد قانون الاحتمال .
ج) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

ZERROUKI AISSA

التمرين 06 :

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_{n+1} = \dfrac{1}{2-u_n}$ و $u_0 = \dfrac{1}{2}$.

1. أحسب الحدود : u_3 ، u_2 ، u_1 وضع تخمينا حول اتجاه التغير للمتتالية (u_n) .
2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n \prec$
3. أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم بين أن (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها .
4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = \dfrac{1}{1-u_n}$

أ) احسب الحدود : v_2 ، v_1 ، v_0 .

ب) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها .

ج) أحسب v_n ثم u_n بدلالة n و استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n).

5. أحسب المجموع : $T_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و الجداء : $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times .... \times u_n$.

التمرين 07 :

في ثانوية أول نوفمبر بجبل أمساعد 40% من التلاميذ يمارسون رياضة كرة القدم و25% يمارسون السباحة و 15 % يمارسون الرياضتين معا ، نختار عشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية .

1. ما هو احتمال أن لا يمارس هذا التلميذ رياضة كرة القدم .
2. ما هو احتمال أن يمارس رياضة كرة القدم أو السباحة .
3. ما هو احتمال أن لا يمارس هذا التلميذ أية رياضة .
4. ما هو احتمال أن رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة .
5. إذا اخترنا التلميذ الذي يمارس كرة القدم فما هو احتمال أن يمارس السباحة .

التمرين 08 :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1} = \dfrac{4u_n+1}{u_n+4}$ و $u_0 = 4$

1- أ) أحسب u_1 و u_2 .

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n \succ$.

ج) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم استنتج أنها متقاربة .

2- ب) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة لكل عدد طبيعى n كما يلي : $v_n = \dfrac{u_n-1}{u_n+1}$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) احسب v_n بدلالة n .

ج) استنتج أن : $u_n = \frac{5^{n+1}+3^{n+1}}{5^{n+1}-3^{n+1}}$ ثم أحسب $\lim u_n$.

3. أحسب بدلالة n كلا من : $T_n = v_0^2 + v_1^2 + ... + v_n^2$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times .... \times v_n$.

التمرين 09 :

قسم تربوي في ثانوية محمد الشريف بن شبيرة مكون من 40 تلميذا منهم 25 بنتا و 15 ولدا ، نريد تشكيل لجنة مكونة من ثلاث تلاميذ :

1- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها .

2- إذا كانت اللجنة مكونة من رئيس القسم ونائب الرئيس و النائب العام :

أ) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كان رئيس القسم ولدا والنائب العام بنتا .

ب) ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا كان نائب الرئيس بنتا .

التمرين 10 :

1. $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث : $\ln u_1 + \ln u_5 = -12$ و $\ln u_2 - \ln u_4 = 4$.

أ) عين أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها u_0 .

ب) أحسب u_n بدلالة n .

ج) احسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

2. $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$

أ) بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ..

ب) نسمي T_n المجموع : $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$ ، عين العدد الطبيعى n حتى يكون : $T_n^2 = 2^{30}$.

التمرين 11 :

يحتوي صندوق على 10 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 5 بيضاء اللون تحمل الأرقام 1، 2،2،3،3 وثلاث حمراء اللون تحمل الأرقام

2 ،2، 3 وكريتان سوداء تحمل الرقمين 1 ، 1 ، نسحب عشوائيا وفى ان واحد 3 كرات من هذا الصندوق .

1- ما هو عدد السحبات الممكنة .

2- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء فقط .

3- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل الرقم 2 .

4- ما هو احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1 .

5- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها يساوي 7 .

6- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات مجموع أرقامها أكبر تماما من 7 .

7- ما هو احتمال الحصول على 3 كرات جدائها أقل تماما من 6 .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات التي تحمل الرقم 2 .

1) حدد القيم التي يأخذها X .

2) حدد قانون الاحتمال .

3) أحسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري .

التمرين 12 :

I) المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول .
2. احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

II) المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6}$

1. برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le 6$
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
3. برهن من أجل كل عدد طبيعى n : $6 - u_{n+1} \le \frac{5}{6}(6 - u_n)$
4. بين أنه من أجل كل عدد طبيعى n : $0 \le 6 - u_n \le v_n$ و استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين 13 :

تحتوي علبة على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1،2،2، 8،6،4 والبقية بيضاء تحمل الأرقام 1،3،5،5 ، نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة بعد الأخرى دون إرجاع

1- شكل شجرة الاحتمالات المناسبة لذلك .

2- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

3- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين

4- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 .

5- ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها يساوى 15 علما أنها من نفس اللون .

التمرين 14 :

لتكن المتتالية (u_n) والمتتالية (v_n) المعرفتين كما يلي : $u_0 = 12$ و $v_0 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي : $u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$ و $v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}$ و نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$ و $t_n = 3u_n + 8v_n$.

1) أثبت أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) أحسب w_n بدلالة n ، وما هي نهاية (w_n) ؟

③ أثبت أن المتتالية (t_n) متتالية ثابتة ، وما هي نهاية (t_n) ؟

④ أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان .

⑤ استنتج نهاية (u_n) ونهاية (v_n) .

التمرين 15 :

رقمت أوجه نرد مزيف من 1 الى 6 ، عند رمي هذا النرد نفترض أن احتمال ظهور وجه يحمل رقما زوجيا هو 3 أضعاف احتمال ظهور وج
يحمل رقما فرديا

1- احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما فرديا و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما زوجيا .

2- احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم 4 .

3- احسب احتمال الوجه الذي يحمل رقم 1 .

4- عندما يرمى شخص هذا النرد يربح 20 دينارا إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 2 ويربح 10 دنانير إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 5 وأما إذا ظهر وجه

اخر فإنه يخسر 5 دنانير، وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد النقط المحصل عليها .

أ) ما هي قيم المتغير العشوائي X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) احسب الامل الرياضياتى و التباين و الانحراف المعياري .

التمرين 16 :

I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$

1. بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
2. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، وماذا تستنتج ؟
3. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعى n : $v_n = \ln(u_n)$

1. عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج نوع المتتالية (v_n) .
2. احسب بدلالة n العدد p_n حيث : $p_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times .... \times u_n)$
3. عين مجموعة قيم العدد الطبيعى n بحيث : $p_n + 4n \succ$.

التمرين 17 :

يحتوى صندوق على 8 قريصات بيضاء و n قريصة سوداء بحيث $(n \geq 2)$، نفرض أن سحب كرية بيضاء يعطى ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين ، وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المتحصل عليه

أ) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الثانى .

1. عين قيم المتغير العشوائي X .
2. عرف قانون الاحتمال .
3. أحسب بدلالة n الامل الرياضي $E(x)$.
4. هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x)=0$ ؟

ب) نفرض أن السحب في ان واحد

1- عين قيم المتغير العشوائي X .

2- عرف قانون الاحتمال .

3- احسب بدلالة n الامل الرياضي $E(x)$.

4- هل توجد قيمة لـ n حتي يكون $E(x)=0$ ؟

التمرين 18 :

I) لتكن (v_n) متتالية معرفة كما يلي : $v_0=\alpha$ و $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n+\frac{9}{4}$.

- عين قيمة α حتى تكون (v_n) ثابتة .

II) نضع : $\alpha=4$

1. أحسب v_1 ، v_2 و v_3 .
2. نعرف (u_n) كما يلي : $u_n=v_n-3$

أ)أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) اكتب u_n و v_n بدلالة n

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+....+u_n$.

د) احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n=v_0+v_1+....+v_n$.

هـ) احسب بدلالة n المجموع Q_n حيث : $Q_n=u_0+4u_1+4^2u_2+4^3u_3....+4^nu_n$.

و) احسب بدلالة n المجموع p_n حيث : $p_n=u_0\times u_1\times u_2\times ....\times u_n$



التمرين 19 :

الجدول التالي يعطى توزيع 500 تلميذ في ثانوية زيري بن مناد

التلميذ	ذكر	أنثى
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي الحوادث :

H الحادثة : التلميذ المختار ذكر . F الحادثة : التلميذ المختار أنثي . S الحادثة : التلميذ يملك هاتفا نقالا .

1. شكل شجرة الاحتمالات .
2. احسب احتمال الحوادث التالية : أ) التلميذ المختار انثى ويملك هاتفا نقالا ب) التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا .
3. نفرض أن التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا فما هو احتمال أن يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

التمرين 20 :

لتكن (u_n) متتالية معرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ و $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

1- لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كما يلي : $v_n = u_{n+1} - u_n$ ، برهن أن متتالية هندسية عين أساسها وحدها الأول .

2- استنتج v_n بدلالة n .

3- برهن أنه من أجل كل : $u_n = u_0 + (v_0 + v_1 + ... + v_{n-1})$.

4- استنتج u_n بدلالة n .

التمرين 21 :

يحتوي صندوق على 9 كريات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، ومن بينها أربعة حمراء اللون تحمل الأرقام 1،2،2،3 وثلاثة سوداء تحمل الأرقام 2،2،3 وكريتان خضراء تحمل الرقمين 2،3

I نسحب كريتين عشوائيا وفى ان واحد

1- ما هو احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون .

2- ما هو احتمال الحصول على كريتين من نفس الرقم .

3- ما هو احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل .

4- ما هو احتمال الحصول على كريتين مجموع ارقامهما يساوي 5 .

II نفس الأسئلة السابقة ولكن السحب يكون على التوالي وبدون ارجاع.

III نفس الأسئلة السابقة ولكن السحب يكون على التوالي وبارجاع الكرية المسحوبة.

التمرين 22 :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{13}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعى n : $u_{n+1}=3+\sqrt{u_n-3}$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 \prec \quad \prec$.

2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعى n : $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+7u_n-12}{\sqrt{u_n-3}+u_n-3}$ ، ثم استنتج أن (u_n) متزايدة تماما .

3- برر لماذا (u_n) متقاربة

4- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\ln(u_n-3)$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم أحسب حدها الأول .

ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n=(u_0-3)\times(u_1-3)\times.........\times(u_n-3)$ ، أكتب P_n بدلالة n ثم بين أن :

$$\lim_{n\to+\infty}P_n=\frac{1}{16}$$

التمرين 23 : يحتوي كيس على 20 قريصة مرقمة من 1 الى 20 نسحب من الكيس قريصتين في ان واحد

1) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10 .

2) احسب احتمال سحب قريصتين الفرق بين رقميهما يساوي 4 .

3) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما 10 علما ان الفرق بينهما يساوى 4 .

التمرين 24 :

I) نعتبر من أجل كل عدد طبيعى غير معدوم n المتتالية (u_n) حيث : $u_1=e^2$ و $u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$

1) أحسب u_2 و u_3 .

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n \succ$

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعى غير معدوم n فإن : $\frac{u_{n+1}}{u_n}\prec$ ، ثم استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

II) نضع من أجل كل عدد طبيعى غير معدوم n فإن : $v_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln u_n$

1- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1 .

2- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}$.

3- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4- أحسب الجداء : $P_n=u_1\times u_2\times.........\times u_n$.

التمرين 25 :

يحتوى صندوق U_1 على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وكرتين حمراوين ، نسحب عشوائيا وفى ان واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1(علما أن الكرات لا نفرق بينها باللمس)

1- احسب احتمالات الاحداث: A : سحب كرتين سوداوين وكرة حمراء B : سحب ثلاث كرات من نفس اللون

C: سحب كرة بيضاء واحدة على الأقل .

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الألوان المحصل عليها .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) بين أن $P\left(X=3\right)=\frac{24}{84}$ ثم استنتج $P\left(X=2\right)$.

ج) عين قانون احتمال X .

3- يدفع اللاعب $50DA$ قبل إجراء السحب ، ويكسب $25DA$ لكل لون من الألوان المحصل عليها

- هل اللعبة مربحة ؟

4- نعتبر صندوقا اخر U_2 يحتوي على كرتين بيضاويين وكرة سوداء ، نضع الكرات الثلاث المسحوبة من الصندوق U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا وفى ان واحد كرتين من U_2 .

- احسب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من U_2 بيضاويان علما ان الكرات المسحوبة من U_1 لهما نفس اللون .

التمرين 26 :

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلى: $f\left(x\right)=\frac{x+4}{x+1}$ ونعتبر المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$

1- عين قيمة α بحيث تكون المتتالية $\left(u_n\right)$ ثابتة .

2- نضع $\alpha=1$ ، الشكل الموالى يمثل المنحنى $\left(C\right)$ للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والمستقيم $\left(D\right)$ الذي معادلته $y=x$.

أ) أنقل الشكل على ورقة الإجابة ومثل عى محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط الرسم دون حسابها .

ب) ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ وتقاربها ؟

ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\prec \quad \prec$

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ ثم استنتج أنها متقاربة .

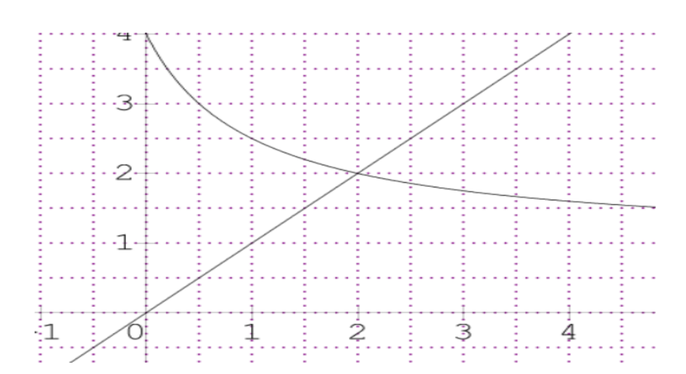
3- نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\frac{2-u_n}{u_n+2}$

أ) أحسب $2-u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ، ثم بين أن المتتالية $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

ب) أكتب v_n بدلالة n .

ج) عبر عن u_n بدلالة v_n ثم أكتب u_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

د) أحسب : $S_n = \frac{4}{u_0+2} + \frac{4}{u_1+2} + ... + \frac{4}{u_n+2}$



التمرين 27 :

لدينا ثلاثة صناديق : U_1 ، U_2 ، U_3 وكل صندوق يحوى 6 كرات من اللونين : أبيض(B) و أحمر (R) ،الصندوق U_1 فيه كرتين بيضاوين و 4 كرات حمراء، و الصندوق U_2 فيه 3 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء، و الصندوق U_3 فيه 5 كرات بيضاء و 1 كرة حمراء .

1) مثل هذه التجربة بشجرة الاحتمالات .

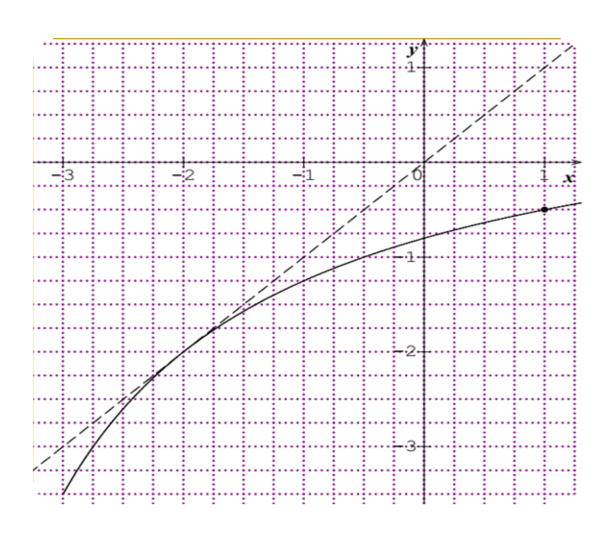
2) احسب احتمال سحب كرة بيضاء من الصندوق U_3 .

3) احسب احتمال سحب كرة بيضاء .

4) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، ما هو احتمال أن تكون من الصندوق U_3 .

التمرين 28 :

f معرفة على $]0;4[$ كما يلي : $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس ، أنظر الشكل .



1) أستنتج إتجاه تغير f ، وتحقق أن المنصف الأول يمس المنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

2) نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) أنقل الشكل ومثل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 للمتتالية (u_n) دون حسابها وموضحا خطوط الانشاء

ب) أعط تخمينا فيما يخص اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، وتخمينا حول تقاربها .

ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \prec$

د) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة ، واستنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها r ، و أحسب حدها الأول v_0 .

ب) أكتب بدلالة n عبارة v_n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج) أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

د) أثبت أن من أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_0v_0+u_1v_1+.....+u_nv_n=\frac{n+1}{6}(8+n)$

التمرين 29 :

I) صندوقين متماثلين U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على ثلاث كريات حمراء مرقمة بالأرقام 0 ، 1 ، 1 وكرتين خضراوين مرقمتان بالرقمين 1 ، 2 ويحتوي الصندوق U_2 على كريتين حمراوين مرقمتان بالرقمين2 ، 2 وثلاث كريات خضراء ومرقمة بالأرقام 0 ، 0، 1 ، وكل الكرات متماثلة لا يمكن التميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 ثم نسحب عشوائيا وفى ان واحد كريتين من الصندوق U_2 .

نعتبر الاحداث التالية : A: الحصول على نفس اللون B: الحصول على اللونين C: الحصول على كريتين حمراوين على الأكثر

D : مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوى 3

1- أحسب : $p(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(D)$.

II) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق مجموع الأرقام المحصل عليها بعد كل سحب .

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضى $E(X)$.

ب) أحسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

III) نعتبر صندوق ثالث U_3 يحتوى على كرية واحدة حمراء تحمل الرقم 2 و أربع كريات خضراء تحمل الأرقام 1، 0،0، 1 ، نختار عشوائيا صندوق ونسحب منه كرية واحدة .

1- ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 .

2- ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 من الصندوق U_2 .

3- علما أن الكرية المسحوبة تحمل الرقم 0 فما احتمال أن تكون من الصندوق U_2 ؟

IV) يرمي لاعب حجر نرد غير مزيف ويسحب عشوائيا كرية واحدة من أحد الصناديق الثلاث بالطرق التالية : إذا كان الرقم الظاهر 1 أو 2 يسحب من الصندوق U_1 ، إذا كان الرقم الظاهر 3 أو 4 أو 5 يسحب من الصندوق U_2 ، و إذا كان الرقم الظاهر هو 6 يسحب من الصندوق U_3 .

أ) ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء ؟

ب) ما احتمال أن تحمل الكرية المسحوبة الرقم 2 ؟

التمرين 30 :

I) نعتبر الدالة f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلى : $f(x)=\frac{7x}{2x+1}$ وليكن (C_f) منحناها البيانى في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (الشكل المرافق)

1- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

2- بين أنه إذا كان $x\in[0;3]$ فإن $f(x)\in[0;3]$.

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعى n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

1- باستعمال المنحنى (C_f) الممثل للدالة f والمستقيم $y=x$: (Δ) مثل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) .

2- ما هو تخمينك لإتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 3$.

4- أدرس اتجاه المتتالية (u_n) .

5- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

III) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{u_n}{3-u_n}$

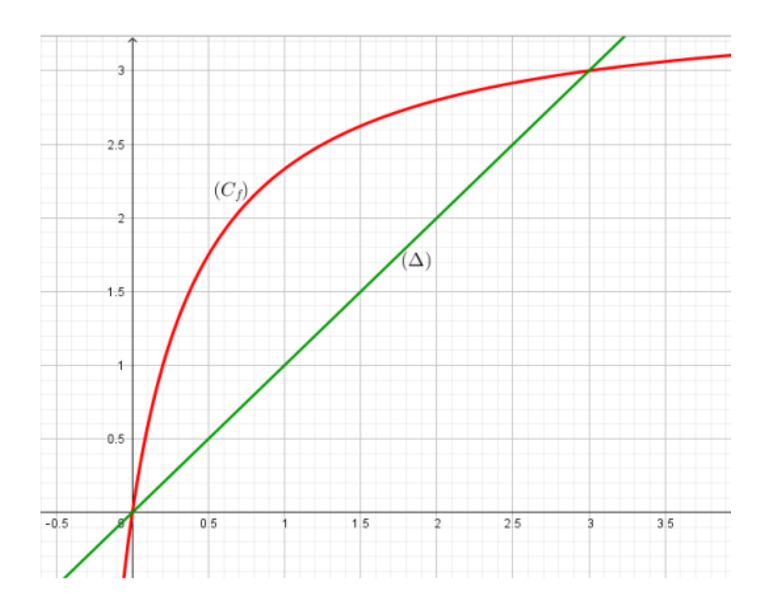
1- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2- أكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

3- أحسب بدلالة n المجاميع S_n ، S'_n ، S''_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{1}{v_1}+\dots\dots+\dfrac{1}{v_n}$ و $S'_n=v_0^2+v_1^2+\dots\dots+v_n^2$

$$S''_n=\frac{1}{v_0^2}+\frac{1}{v_1^2}+\dots\dots+\frac{1}{v_n^2}$$

4- احسب بدلالة n الجداء حيث : $\Pi_n=v_0\times v_1\times\dots\dots\times v_n$



إذا أردت أن تنجح بحق، ستجد طريقا ما، وإذا كنت لا تريد فستجد عذرا.

قال عمر بن الوردي

كن عالما في الناسِ أو متعلما * أو سامعاً فالعلمُ ثوبُ فخارِ

من كلِّ فنٍ خذ ولا تجهلْ به * فالحُرُّ مطلعٌ على الأسرارِ

وإذا فهمتَ الفقهَ عشتَ مصدرا * في العالمينَ معظمِ المقدارِ

وعليكَ بالإعرابِ فافهمْ سِرَّهَ * فالسرُّ في التقديرِ والإصغارِ

قيمُ الورى ما يحسنون وزينهمْ * ملح الفنونِ ورقَةُ الأشعارِ

فاعملْ بما علِّمتَ فالعلماءُ إن * لم يعلموا شجرٌ بلا أثمارِ

والعلمُ مهما صادفَ التقوى يكنْ * كالريحِ إذا مرَّتْ على الأزهارِ

ياقارئَ القرآنِ إن لم تتبعْ * ماجاءَ فيه فأين فضلُ القاري ؟

وسبيلُ من لم يعلموا أن يُحْسِنوا * ظناً بأهلِ العلمِ دونَ نِفارِ

قد يشفعُ العلمُ الشريفُ لأهلِه * ويُحِلُّ مبغضَهُمْ بدارِ بوارِ

هل يستوي العلماءُ والجهالُ في * فضلٍ أم الظلماءُ كالأنوارِ ؟

aissa zerrouki

2019/2020